Prof. Dr. Alfred Toth

Einbettungsoperator und Elementschaft

1. In Toth (2014) hatten wir die Legitimität der logischen Dichotomie

$L = [0, 1]$

und aller ihr isomorphen, d.h. ontischen und semiotischen, Dichotomien bezüglich ihrer logischen 2-Wertigkeit in Frage gestellt, indem wir einen Einbettungsoperator E eingeführt hatten, der ein Objekt Ω vermöge

$E: \quad \Omega \rightarrow [\Omega]$

auf eine tiefere Einbettungsstufe abbildet, d.h. für wiederholte Anwendung gilt z.B.

$E^2(\Omega) = [[\Omega]]$

$E^2([\Omega]) = E^3(\Omega)$ $[[[\Omega]]]$, usw.

Das bedeutet in Sonderheit, daß es für jedes $K \cong L$ einen nicht-leeren Rand

$R = [\Omega, [\Omega]]$

bzw.

$R^{-1} = [[\Omega], \Omega]$

gibt, der, ohne einen zusätzlichen dritten Wert einzuführen, als tertium datur fungiert.

2. Wie man leicht zeigt, gibt es für jedes $K \cong L$ jedoch nicht nur zwei, sondern vier Einbettungsstrukturen. Sei $S^* = [S, U]$ (vgl. Toth 2012), dann bekommen wir für $E(S^*)$

$S_1^* = [S, [U]]$ $\qquad$ $S_2^* = [[U], S]$

$S_3^* = [[S], U]$ $\qquad$ $S_4^* = [U, [S]]$

mit

$S_2^* = S_1^{*-1}$

$S_4^* = S_3^{*-1}$.

Nun kann man die Zahlen 0 und 1, die als Wahrheitswerte in L erscheinen, vermöge des Satz von Wiener und Kuratowski (1917) durch

$0 := \emptyset$

$1 := \{\emptyset\}$

definieren. Wir bekommen damit sofort für L

$L = [\emptyset, [\{\emptyset\}]]$ $\quad$ $L = [[\{\emptyset\}], \emptyset]$

$L = [[\emptyset], \{\emptyset\}]$ $\quad$ $L = [\{\emptyset\}, [\emptyset]]$,

und damit gibt es auch vier nicht-leere Ränder zwischen Ø und {Ø}, welche die Elementschaftsrelation $\emptyset \in \{\emptyset\}$ formalisieren

$R[\emptyset, [\{\emptyset\}]]$ $\quad$ $R[[\{\emptyset\}], \emptyset]$

$R[[\emptyset], \{\emptyset\}]$ $\quad$ $R[\{\emptyset\}, [\emptyset]]$.

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, Bd. 6/1-4, 2012

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, Bd. 8/3-4, 2014

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17 (1914), S. 387-390

18.4.2015